DISTRIBUCIONES DISCRETAS

Se dice que una variable aleatoria X es discreta cuando se encuentre definida exclusivamente en puntos ó cuantiles:

P (x)	P (0)	P(1)	P(2)	P (3)	
X	0	1	2	3	…

- **DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD O FUNCION DE CUANTIA: P (X)**

  Es la función que nos da las probabilidades de los valores que toma la v.a. X.

  Ej.: Función de cuantía de la v.a. nº de caras en 3 lanzamientos:

P (x)	1/8	3/8	3/8	1/8
X	0	1	2	3

Donde: $\sum_{i=1}^{\infty} P(X_i) = 1 \quad y \quad 0 \leq P(X_i) \leq 1$

- **DISTRIBUCION ACUMULADA: F (X)**

  Mide la probabilidad acumulada hasta un punto incluido dicho punto.

  Ej: F (2) = 7/8

$$F(X) \begin{cases} 0 & \text{si } X < 0 \\ 1/8 & \text{si } 0 \leq X < 1 \\ 4/8 & \text{si } 1 \leq X < 2 \\ 7/8 & \text{si } 2 \leq X < 3 \\ 1 & \text{si } 3 \leq X \end{cases}$$

- **MEDIA , VARIANZA Y DESVIACION:**

Media = $\boldsymbol{\mu}_x$ =Valor Esperado = $\sum_{i=1}^{\infty} x_i \; P(x_i)$

Varianza = $\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - \mu)^2 \; P(x_i) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 \; P(x_i) - \mu_x^2$

Desviación = $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

PROPIEDADES:

- La media es el centro de gravedad de la distribución de probabilidades, por lo tanto si la distribución es simétrica, la media será el punto medio de dicha distribución.

- La desviación típica (σ) mide la dispersión de la variable respecto a su media en términos relativos $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ y en las mismas unidades que la variable.

- Media, varianza y desviación de una transformación lineal z = ax + b

$$\mu_Z = a\,\mu_X + b$$
$$\sigma_z^2 = a^2\,\sigma_x^2$$
$$\sigma_z = a\,\sigma_x$$

- Media y varianza de una combinación lineal.

$$z = ax + by + c$$
$$\mu_Z = a\,\mu_X + b\,\mu_Y + c$$
$$\sigma_z^2 = a^2\,\sigma_x^2 + b^2\,\sigma_y^2 + 2\,ab\,\mathrm{Cov}_{xy}$$

- La media y la varianza de la media aritmética muestral. $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$

(La media muestral , es una combinación lineal de v.a. independientes y por tanto $\bar{x}$ es una v.a. con media y varianza. Siempre que calculemos $\bar{x}$ lo haremos ***mediante muestreo aleatorio simple****, es decir con reposición.*
Por este motivo, los elementos $x_1, x_2 \ldots x_n$ serán independientes con la misma media, varianza, y distribución del colectivo al que pertenecen.)

$$\mu_{\bar{x}} = \mu$$
$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

- La media y la varianza de una variable tipificada. $t = \dfrac{x - \mu_x}{\sigma_x}$

$$\mu_t = 0$$
$$\sigma_t^2 = 1$$

DISTRIBUCIONES ESPECIALES DISCRETAS

➢ DISTRIBUCION DE POISSON $x \in P(\lambda)$

Se trata de una distribución discreta definida en infinitos puntos (infinito numerable). Está definida por un parámetro positivo y no necesariamente entero, al que llamaremos PROMEDIO ($\mu = \lambda$).
El nombre teórico es: **"nº de éxitos en un horizonte temporal",** por ejemplo:

- nº de accidentes en un mes,
- nº de salidas de bomberos en un año,

FUNCION DE CUANTIA

Con la siguiente fórmula, podremos calcular la probabilidad de un sólo punto.

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \quad \lambda^x}{x!}$$

MEDIA, VARIANZA Y DESVIACION

$$\mu = \lambda$$

$$\sigma^2 = \lambda$$

$$\sigma = \sqrt{\lambda}$$

PROPIEDAD DE CONVOLUCION

La suma de n - v.a. independientes Poisson también será Poisson.

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n \in P(\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n)$$

CONVERGENCIA

Si $\lambda \geq 7 \ : \ x \in P(\lambda) \Rightarrow x \to N(\mu = \lambda \ , \ \sigma^2 = \lambda)$

Elkano 34 -48008 Bilbao tel. 94 444 23 22
http://www.academiaebs.com
email: info@academiaebs.com

➢ DISTRIBUCION BINARIA ó DE BERNOULLI $x \in b(p)$

Se trata de una distribución discreta que toma únicamente 2 valores, el 0 y el 1, con probabilidades respectivas de q y p.

FUNCION DE CUANTIA

P (x)	q	p
X	0	1

$$P(x) = \begin{cases} p^x q^{1-x} & x=0 \quad x=1 \\ 0 & \end{cases}$$

Donde: $q + p = 1 \Rightarrow q = 1 - p$

MEDIA, VARIANZA Y DESVIACION

$$\mu = \sum x\, p(x) = p$$

$$\sigma^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = p - p^2 = p(1-p) = pq$$

$$\sigma = \sqrt{p(1-p)}$$

* **La suma de n - binarias independientes**, todas con el mismo parámetro p, se convertirá en la distribución binomial. $x = x_1 + \ldots + x_n \in b(p, n)$

➢ DISTRIBUCION BINOMIAL

Como decíamos anteriormente, una distribución binomial se origina mediante la suma de n - variables aleatorias independientes binarias, todas con el mismo parámetro p, es decir:

$$x = x_1 + x_2 + \ldots + x_n \in b(p, n)$$

FUNCION DE CUANTIA

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$$

MEDIA, VARIANZA Y DESVIACION

$$\mu = p + ... + p = n\,p$$

$$\sigma^2 = p\,q + ...\, p\,q = n\,p\,q$$

$$\sigma = \sqrt{np(1-p)}$$

PROPIEDAD DE CONVOLUCION

La suma de k-binomiales independientes todas con el mismo parámetro "p" también será binomial

$$z = x_1 + x_2 + ... + x_k \quad \in b\,(p, n_1 + ... + n_k)$$

CONVERGENCIAS DE LA BINOMIAL

En esta distribución tenemos dos tipos de convergencias:

- De binomial a Poisson (De discreta a discreta)
- De binomial a Normal (De discreta a continua)

1º) De binomial a Poisson

Requisitos: $n \geq 30$
$n \cdot p < 7$

$$x \in b\,(p, n) \quad \rightarrow P\,(\mu = \lambda = n \cdot p)$$

2º) De binomial a normal

Requisitos: $n \geq 30$
$n \cdot p \geq 7$

$$x \in b\,(p, n) \quad \rightarrow N\,(\mu = n \cdot p,\ \sigma^2 = n \cdot p \cdot q)$$