

PROBABILITATE ESPAZIOAK

ESPERIMENTU ESTOKASTIKOA EDO ZORIZKOA

Esperimentu horren emaitza ez dakigunean zehazki zein den. Hainbat bider errepikatu daiteke baldintza berdinekin emaitz desberdinak lortuz.

Adib.: Dadu baten jaurtiketa

LAGIN ESPAZIOA $\rightarrow \Omega$

Ikur honen bidez adieraziko dugu (Ω) eta zorizko esperimentuaren emaitza posible guztien multzoa da

* 1 Adibidea: Dadu baten jaurtiketa $\rightarrow \Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Lagin espazio diskretu eta finitu bat da

OINARRIZKO GERTAERA EDO BAKUNA $\rightarrow W_i$

Lagin espazioa osatzen duten elementu bakoitza da.

GERTAERA SEGURUA $\rightarrow \Omega$

Gertaera honen ateraldia zehazki existitzen denean. (Ω) beti gertatzen da.

EZINEZKO GERTAERA $\rightarrow \emptyset$

Inoiz gertatzen ez denean. Gertaera horrez ez okurrentzia zehazki existitzen denean.

AURKAKO GERTAERA $\rightarrow A^c$

A gertaera emanik bere kontrakoa, hau da, A ez den beste guztia (irakurri egiten da: ez A)

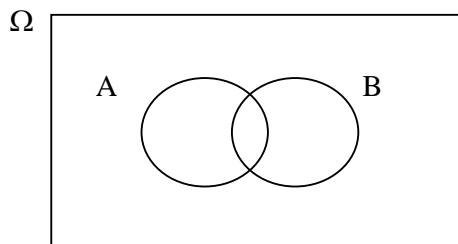
$$\text{Bikoitia}^C = \text{Bakoitia}$$

GERTAERA BATERAEZINA

Haien arteko ebakidura ezinezkoa denean.
A eta B bateraezinak dira ($A \cap B = \emptyset$) denean.

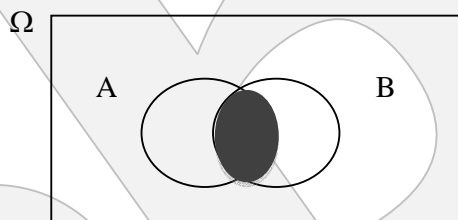
BATURAZKO GERTAERA $\rightarrow A \cup B$ (irakurtzen da A edo B).

A eta B bi zorizko gertaera edozein izanik. Definituko dugu A batura B eta adieraziko da $(A \cup B)$ A edo B edo A eta B-ren emaitzak dituen gertaera bezala.



EBAKIDURAZKO GERTAERA $\rightarrow A \cap B$ (A eta B irakurtzen da).

A eta B bi zorizko gertaera edozein izanik. Definituko dugu A ebaketa B eta adieraziko da $(A \cap B)$, A eta B-ren emaitz komunak dituen gertaera bezala.



PROBABILITATEAREN PROPIETATEAK

✓ $0 \leq \Pr(A_j) \leq 1$

✓ $\Pr(\Omega) = 1$

✓ $\Pr(\emptyset) = 0$

✓ $\Pr(A^c) = 1 - \Pr(A)$

✓ Baturazko gertaeren probabilitatea. 3 kasu bereiz ditzakegu:

$$\Pr(A \cup B) = \Pr(A) + \Pr(B) - \Pr(A \cap B)$$

$$\Pr(A \cup B \cup C) = \Pr(A) + \Pr(B) + \Pr(C) - \Pr(A \cap B) - \Pr(A \cap C) - \Pr(B \cap C) + \Pr(A \cap B \cap C)$$

PROBABILITATE ESLEIPENA

Laplace-n erregela bakarrik erabili ahalko da langin espazioa finitua denean eta gertaerak ekuiprobableak direnean .

$$\text{Laplace-n Erregela} = \frac{\text{Aldeko kasuak}}{\text{kasu posibleak}}$$

PROBABILITATE BALDINTZATUA

S eta H bi lagin aleatorio $\in A$ non S = begi argiak eta H = ile horia diren. Probabilitate baldintzatu deituko diogu, H probabilitatea emanda, S ematea, hau da, pertsona batek ile horia izanik begi urdinak edukitzeko probabilitateari.

$$P(S/H) = \frac{\text{Pr}(S \cap H)}{\text{Pr}(H)}$$

TEOREMAK

✓ EBAKETAREN TEOREMA

Honekin kalkulatu dugu gertaera baldintzatu edo independenteen ebaketa.

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/A \cap B)$$

✓ PARTIKETAREN TEOREMA

Ω -ren partiketa: H_1, H_2, \dots, H_k gertaeren multzoa partiketa da, eta S gertaerea bateragarria izango da gutxienez zati batekin.

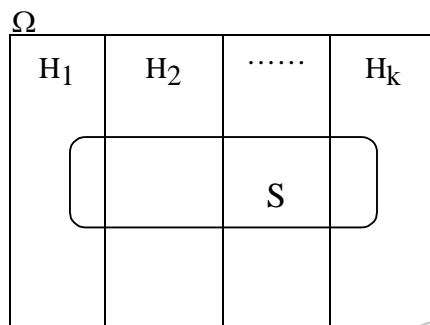
Ω			
H_1	H_2	H_k
		S	

$$\begin{aligned} \text{Pr}(S) &= P(H_1 \cap S) + P(H_2 \cap S) + \dots + P(H_k \cap S) = \\ &= P(H_1) P(S/H_1) + P(H_2) P(S/H_2) + \dots + P(H_k) P(S/H_k) \end{aligned}$$

✓ BAYES-en TEOREMA

Demagun H_1, H_2, \dots, H_k gertaera multzoa lagin espazioaren partiketa da eta S gertaera ezaguna izango da gutxienez horietariko zatiren batekin.

Teorema honek esaten du, S gertaera kalkulatzeko horietariko parte batengatik izan daitekeela: $\Pr(H_i/S)$



$$\Pr(H_i/S) = \frac{P(H_i \cap S)}{P(S)} = \frac{P(H_i) P(S/H_i)}{P(H_1) \cdot P(S/H_1) + P(H_2) \cdot P(S/H_2) + \dots + P(H_k) \cdot P(S/H_k)}$$

INDEPENDENTZIA ESTOKASTIKA

A eta B aldagaiak independenteak izango dira hurrengokoa betetzen bada:

$$\Pr(A \cap B) = \Pr(A) \cdot \Pr(B) \quad \forall A, B \in \mathcal{A}$$

Puntu batean baldintza hau betetzen ez bada esango dugu aldagaiak dependentek direla..